***Chương I* – PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA ĐA THỨC**

**§1.Nhân đơn thức với đa thức**

Chẳng khác gì nhân một số với một tổng!

A.(B + C)=A.B + B.C

1. **Quy tắc**

- Hãy viết một đơn thức và một đa thức tùy ý.

?1

- Hãy nhân đơn thức đó với từng hạng tử của đa thức vừa viết.

- Hãy cộng các tích tìm được.

Chẳng hạn, nếu đơn thức và đa thức vừa viết lần lượt là 5x và 3x2 – 4x + 1 thì ta có:

5x.(3x2 – 4x + 1) = 5x.3x2 + 5x.(-4x) + 5x.1

= 15x3 – 20x2 + 5x.

Ta nói đa thức 15x3 – 20x2 +5x là tích của đơn thức 5x và đa thức x2 – 4x + 1.

Tổng quát ,ta có quy tắc nhân một đơn thức với một đa thức như sau:

***Muốn nhân một đơn thức với một đa thức, ta nhân đơn thức với từng hạng tử của đa thức rồi cộng các tích với nhau.***

1. **Áp dụng**

**Ví dụ.** Làm tính nhân : ( -2x3 ). ( x2 + 5x - 1/2 )

*Giải* .Ta có : ( -2x3 ). ( x2 + 5x – 1/2 ) = ( -2x3 ).x2 + ( -2x3 ).5x + ( -2x3 ). ( -1/2 )

= -2x5 – 10x4 +x3.

?2

*Làm tính nhân :*

( 3x3y – 1/2 x2 + 1/5 xy ).6xy3.

*Một mảnh vườn hình thang có hai đáy bằng (5x + 3) mét và (3x + y) mét,chiều cao bằng 2y mét.*

?3

*- Hãy viết biểu thức tính diện tích mảnh vườn nói trên theo x và y.*

*- Tính diện tích mảnh vườn nếu cho x = 3 và y = 2 mét.*

**§2.Nhân đa thức với đa thức**

**1. Qui tắc**

**Ví dụ**.Nhân đa thức x-2 với đa thức 6x2 – 5x + 1.

**Gợi ý. -** Hãy nhân mỗi hạng tử của đa thức x-2 với đa thức 6x2-5x+1.

- Hãy cộng các kết quả vừa tìm được(chú ý dấu của các hạng tử).

Giải

( x – 2 )( 6x2- 5x + 1 ) =x.( 6x2- 5x + 1 )-2.( 6x2 - 5x + 1 )

=x.6x2 + x.(-5x) + x.1 + (-2).6x2 + (-2).(-5x) + (-2).1

=6x3 - 5x2 + x - 12x2 + 10x - 2

=6x3 - 17x2 + 11x - 2.

Ta nói đa thức 6x3 - 17x2 + 11x - 2 là tích của đa thức x-2 và đa thức 16x2- 5x + 1.

Tổng quát ta có quy tắc nhân đa thức với đa thức như sau:

***Muốn nhân một đa thức với một đa thức, ta nhân mỗi hạng tử của đa thức này với từng hạng tử của đa thức kia rồi cộng các tích với nhau.***

***Nhận xét****.Tích của hai đa thức là một đa thức.*

*Nhân đa thức* 1/2 xy - 1 *với đa thức* x3 - 2x - 6.

?1

Chú ý.Khi nhân các đa thức một biến ở ví dụ trên, ta còn có thể trình bày như sau:

6x2 - 5x + 1

x-2

-12x2 + 10x - 2

6x3 - 5x2 + x

6x3 - 17x2 + 11 - 2

x

(kết quả của phép nhân -2 với đa thức 6x2-5x+1)

Kết quả của phép nhân x với đa thức 6x2-5x+1)

*Ở cách này,trước hết ta phải sắp sếp các đa thức thep lũy thừa giảm dần hoặc tăng dần của biến,sau đótrình bày như sau:*

*- Đa thức này viết dưới đa thức kia.*

*- Kết quả của phép nhân mỗi hạng tử của đa thức thức thứ hai với đa thức thứ nhấtđược viết riêng trong một dòng.*

*- Các đơn thức đồng dạng được xếp vào một cột.*

*- Cộng theo từng cột.*

**2. Áp dụng**

*Làm tính nhân*: a) x( x + 3 )( x2 + 3x – 5 );

?2

b) ( xy – 1 )( xy + 5 ).

*Viết biểu thức tính diện tích của một hình chữ nhật theo x và y,biết hai kích thước của hình chữ nhật đó là ( 2x + y ) và ( 2x – y ).*

?3

*Áp dụng: Tính diện tích của hình chữ nhất khi x=2,5 mét và y=1 mét.*

**§3.Những hằng đẳng thức đáng nhớ**

**1. Bình phương của một tổng**

?1. Với a,b là hai số bất kì, thực hiện phép tính (a+b)(a+b)

Từ đó rút ra (a+b)2= a2 + 2ab + b2.

Với a > 0, b> 0, công thức này được minh họa bởi diện tích các hình vuông và hình chữ nhật trong hình 1.

Với A và B là các biểu thức tùy ý, ta cũng có :

(A+B)2 = A2 + 2AB+ B2

?2 Phát biểu hằng đẳng thức (1) bằng lời.

Áp dụng

a)Tính (a+1)2.

b)B) Viết biểu thức x2 + 4x +4 dưới dạng bình phương của một tổng

c)Tính nhanh: 512;3012.

**2.Bình phương của một hiệu**

?3 Tính [a+(-b)]2 (với a,b là các số tùy ý).

Từ đó rút ra (a-b)2 = a2 -2ab + b2.

Với hai biểu thức tùy ý A và B ta cũng có :

(A-B)2 =A2 -2AB + B2

Học sinh có thể tự tìm được hằng đẳng thức (2) bằng cách thực hiện phép tính nhân (A-B)(A-B).

?4 Phát biểu hằng đẳng thức (2) bằng lời.

Áp dụng

1. Tính (x- )2
2. Tính (2x – 3y)2.
3. Tính nhanh 992.
4. **Hiệu hai bình phương**

?5 Thực hiện phép tính (a+b)(a-b) (với a,b là các số tùy ý).

Từ đó rút ra a2 – b2 = (a+b)(a-b).

Với A và B là các biểu thúc tùy ý ta cũng có :

A2 – B2 = (A+B)(A-B)

?6 Phát biểu hằng đảng thức (3) bằng lời.

**Áp dụng**

a)tính (x+1)(x-1).

b)tính (x-2y)(x+2y).

c) tính nhanh 56.64.

?7 Ai đúng? Ai sai?

Đức viết :

x2 -10x+25 = (x-5)2.

Thọ viết:

x2 -10x+25 = (5-x)2

Hương nhận xét: Thọ viết sai, Đức viết đúng.

Sơn nó: Qua ví dụ trên mình rút ra được một hằng đẳng thức rất đẹp!

Hãy nếu ý kiến của em. Sơn rút ra được hằng đẳng thức nào?

**§4.Những hằng đẳng thức đáng nhớ tiếp theo(tiếp)**

**4.Lập phương của một tổng**

?1 Tính (a+b)(a+b)2 (với a,b là hai số tùy ý).

Từ đó rút ra (a+b)3= a3+ 3a2b+ 3ab2 +b3.

Với A và B là các biểu thức tùy ý ta cũng có:

(A+B)3= A3+ 3A2B+ 3AB2 +B3

?2 Phát biểu hằng đẳng thức (4) bằng lời.

**Áp dụng**

a)Tính (x+1)3.

b)Tính (2x+y)3.

**5.Lập phương của một hiệu**

?3Tinh1 [a+(-b)]3 (với a,b là các số tùy ý).

Từ đó rút ra (a-b)3= a3- 3a2b+ 3ab2 -b3.

Với A và B là các biểu thức tùy ý ta cũng có:

(A-B)3= A3- 3A2B+ 3AB2 -B3

?4 Phát biểu hằng đẳng thức (5) bằng lời.

**Áp dụng**

a)Tính (x - ) 3

b)Tính (x-2y)3

c)Tróng các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

1)(2x-1)2 = (1-2x)2;

2)(x-1)3=(1-x)3;

3)(x+1)3=(1+x)3;

4)x2 – 1= 1 –x2;

5)(x-3)2=x2-2x + 9.

Em có nhận xét gì về quan hệ của (A-B)2 với (B-A)2 , của (A-B)3 với (B-A)3?

**§5.Những hằng đẳng thức đáng nhớ (tiếp)**

**6.Tổng hai lập phương**

?1 Tính (a+b)(a2 – ab + b2) (với a,b là các số tùy ý).

Từ đó rút ra a3 + b3 = (a+b)(a2 – ab +b2).

Với A và B là các biểu thức tùy ý ta cũng có:

A3 + B3 = (A+B)(A2 – AB +B2)

(Lưu ý : Ta quy ước A2 – AB +B2 là bình phương thiếu của hiệu A-B).

?2 Phát biểu hằng đẳng thức (6) bằng lời.

Áp dụng

1. Viết x3 + 8 dưới dạng tích.
2. Viết (x+1)(x2 – x+ 1) dưới dạng tổng.

**7.Hiệu hai lập phương**

?3 tính (a-b)(a2+ab+b2) (với a,b là các số tùy ý).

Từ đó rút ra a3-b3 = (a-b)(a2 + ab + b2).

Với A và B là các biểu thức tùy ý ta cũng có:

A3-B3 = (A-B)(A2 + AB + B2)

(Lưu ý : Ta quy ước A2 + AB +B2 là bình phương thiếu của tổng A+B)

?4 Phát biểu hằng đẳng thức (7) bằng lời

Áp dụng

1. Tính (x-1)(x2+x+1).
2. Viết 8x3-y3 dưới dạng tích.
3. Hãy đánh dấu x vào ô có đáp án đúng của tích: (x+2)(x2-2x+4).

|  |  |
| --- | --- |
| x3 + 8 |  |
| x3  - 8 |  |
| (x+2)3 |  |
| (x-2)3 |  |

Ta có bảy hằng đẳng thức đáng nhớ

1. (A+B)2 =A2+2AB+B2
2. (A- B)2 =A2-2AB+B2
3. A2 – B2 = (A+B)(A-B)
4. (A+B)3 = A3 + 3A2B + 3AB2 + B3
5. (A-B)3 = A3 - 3A2B + 3AB2 - B3
6. A 3+ B3 = (A+B)(A2 – AB + B2)
7. A 3- B3 = (A-B)(A2 + AB + B2)

**§6.Phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp đặt nhân tử chung**

1. Ví dụ

**Ví dụ1**.Hãy viết 2x2-4x thành một tích của những đa thức.

**Gợi ý**. Ta thấy 2x2 = 2x.x

4x = 2x.2

*Giải.* 2x2 - 4x = 2x.x - 2x2 = 2x( x – 2 ).

Việc biến đổi 2x2-4x thành tích 2x( x – 2 ) được gọi là phân tích đa thức 2x2 - 4x thành nhân tử.

*Phân tích đa thức thành nhân tử (hay thừa số) là biến đổi đa thức đó thành một tích của những đa thức.*

Cách làm như ví dụ trên là *phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp đặt nhân chung* (một phương pháp khác để phân tích đa thức thành nhân tử chúng ta sẽ nghiên cứu sau).

**Ví dụ 2.** Phân tích đa thức 15x3 - 5x2 + 10x thành nhân tử.

*Giải*. 15x3 - 15x2 + 10x = 5x.3x2 - 5x.x + 5x.2=5x( 3x2 – x + 2 ).

**2. Áp dụng**

*Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:*

a) x2 – x ;

b) 5x2 ( x – 2y ) - 15x( x - 2y );

c) 3( x – y ) - 5x( y – x ).

* **Chú ý**.Nhiều khi để làm xuất hiện nhân tử chung ta cần đổi dấu các hạng tử(lưu ý tới các tính chất A=-(-A)).

*Tìm x sao cho* 3x2 - 6x = 0*.*

**Gợi ý**.Phân tích đa thức 3x2-6x thành nhân tử ,ta được 3x ( x – 2 ).

Tích trên bằng 0 khi một trong các nhân tử bằng 0.

**§7.Phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp dùng hằng đẳng thức**

**1. Ví dụ**

Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a)x2 - 4x + 4 ; b) x2 – 2 ; c) 1 - 8x3.

*Giải*

a) x2 - 4x + 4 = x2 - 2x.2 + 22 =( x – 2 )2.

b)x2 – 2 = x2 - ()2 = ( x -  ) ( x +  )

c) 1 - 8x3 = 13 - (2x)3 = ( 1 - 2x )( 1 + 2x + 4x2 ).

Cách làm như trên gọi là *phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp dùng hằng đẳng thức.*

*Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:*

a) x3 + 3x2 + 3x + 1;

b)( x + y )2 - 9y2.

*Tính nhanh:* 1052 – 25 .

**2. Áp dụng**

**Ví dụ**. Chứng minh rằng ( 2n + 5 )2 - 25 chia hết cho 4 với mọi số nguyên n.

*Giải .* Ta có

( 2n + 5 )2 – 25 = ( 2n + 5 )2 - 52

=( 2n + 5 – 5 )( 2n + 5 – 5 )

=2n( 2n + 10 )

=4n( n + 5 )

nên ( 2n + 5 )2 - 25 chia hết cho 4 với mọi số nguyên n.

**§8.Phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp nhóm hạng tử**

**1.Ví dụ**

**Ví dụ 1**. Phân tích đa thức sau thành nhân tử x2 - 3x + xy - 3y.

**Gợi ý**

-Các hạng tử có nhân tử chung hay không?

- Làm thế nào để xuất hine65 nhân tử chung?

*Giải.* x2 - 3x + xy - 3y = ( x2 - 3x ) + ( xy - 3y )

=x( x – 3 ) + y( x – 3 )

=( x – 3 )( x + y ).

**Ví dụ 2.** Phân tích đa thức sau thành nhân tử:

2xy3z + 6y + xz.

*Giải.* Ta có thể nhóm một cách thích hợp các hạng tử sau:

2xy + 3z + 6y + xz = ( 2xy + 6y ) + ( 3z + xy )

=2y( x + 3 ) + z( x + 3 )

=( x + 3 )( 2y + z ).

Cách làm như các ví dụ trên gọi là *phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp nhóm hạng tử.*

Đối với một đa thức có thể có nhiều cách nhóm những hạng tử thích hợp.Chẳng hạn ở ví dụ 1, ta có thể phân tích bằng cách nhóm khác:

x2 - 3x + xy - 3y = ( x2 + xy ) + ( -3x - 3y )

= x( x + y ) - 3( x + y )

= ( x + y )( x – 3 ).

**2. Áp dụng**

*Tính nhanh* 15.64 + 25.100 + 36.15 + 60.100.

*Khi thảo luận nhóm, một bạn ra đề bà*i: *Hãy phân tích đa thức*  x4 – 9x3 + x2 - 9x *thành nhân tử.*

*Bạn Thái làm như sau:*

x4 - 9x3 + x2 - 9x = x( x3 - 9x2 + x – 9 ).

*Bạn Hà làm như sau:*

x4 - 9x3 + x2 - 9x = ( x4 - 9x3 ) + (x2 - 9x )

= x3( x – 9 ) + x( x – 9 ) = ( x – 9 )( x3 – x ).

*Bạn An làm như sau:*

x4 - 9x3 + x2 - 9x = (x4 + x2 ) - ( 9x3 + 9x ) = (x2 + 1) - 9x( x2 + 1 )

= ( x2 + 1 )( x2 - 9x ) = x( x – 9 )( x2 – 1 ).

*Hãy nêu ý kiến của em về lời giải của các bạn.*

**§9. Phân tích đa thức thành nhân tử bằng cách phối phối hợp nhiều phương pháp**

**1. Ví dụ**

**Ví dụ 1.** Phân tích đa thức sau thành nhân tử:

5x3 + 10x2y + 5xy2.

**Gợi ý**

- Đặt nhân tử chung ?

- Dùng hằng đẳng thức ?

- Nhóm nhiều hạng tử?

- Hay có thể phối hợp các phương pháp trên ?

*Giải.* 5x3 + 10x2y + 5xy2 = 5x( x2 + 2xy + y2 )

=5x( x + y )2.

**Ví dụ 2.** Phân tích đa thức sau thành nhân tử:

x2 - 2xy + y2 – 9 .

*Giải* . x2 - 2xy + y2 – 9 = ( x2 - 2xy + y2 ) - 9

=( x – y )2 - 32

=( x – y – 3 )( x – y + 3 )

*Phân tích đa thức* 2x3y - 2xy3 - 4xy2 - 4xy2 - 2xy thành nhân tử.

**2. Áp dụng**

a) *Tính nhanh giá trị của biểu thức* x2 + 2x + 1 - y *tại* x = 94,5 *và* y = 4,5.

*Gợi ý.* Phân tích đa thức x2 + 2x + 1 - y2 thành nhân tử rồi thay số vào tính.

b) *Khi phân tích đa* thức x2 + 4x - 2xy - 4y + y2 thành nhân tử,bạn Việt làm như sau:

x2 + 4x - 2xy - 4y + y2 = ( x2 - 2xy + y2 ) + ( 4x – 4y )

=( x – y )2 + 4( x – y )

=( x – y )( x – y + 4 ).

*Em hãy chỉ rõ trong cách làm trên , bạn Việt đã sử dụng những phương pháp nào để phân tích đa thức thành nhân tử.*

**§10.Chia đơn thức cho đơn thức**

Cho A và B là hai đa thức ,B 0.Ta nói đa thức A chia hết cho đa thức B nếu tìm được một đa thức Q sao choA=B.Q.

A được gọi là đa thức bị chia,B được gọi là đa thức chia,Q được gọi là đa thức thương (gọi tắt là thương).Kí hiệu Q=A : B hoặc Q=A/B.

Trong **§**10 này ,ta xét trường hợp đơn giản nhất của phép chia hai đa thức,đó là phép chia đơn thức cho đơn thức.

**1. Qui tắc**

Ở lớp 7 ta đã biết: Với mọi x0,m,nN,nm thì:

xm : xn = xm-n nếu m > n

xm : xn = 1 nếu m = n.

*làm tính chia:*

a) x3 : x2 ;

b) 15x7 : 3x2 ;

c) 20x5 : 12x.

a) *Tính* 15x2y2 : 5xy2.

b) *Tính* 12x3y : 9x2.

**Nhận xét**. Đơn thức A chia hết cho đơn thức B khi mỗi biến của B đều là biến của A với số mũ không lớn hơn số mũ của nó trong A.

**Quy tắc**

***Muốn chia đơn thức A cho đơn thức B (trường hợp A chia hết cho B)ta làm như sau:***

***- Chia hệ số của đơn thức A cho hệ số của đơn thức B.***

***- Chia lũy thừa của từng biến trong A cho lũy thừa của từng biến đó trong B.***

***- Nhân các kết quả vừa tìm được với nhau.***

**2. Áp dụng**

a) *Tìm thương trong phép chia,biết đơn thức bị chia là* 15x3y5z *đơn thức chia là* 5x2y3.

b) Cho P=12x4y2 : ( -9xy2 ).*Tính giá trị của biểu thức P tại* x= -3 *và* y=1,005.

**§11.Chia đa thức cho đơn thức**

**1. Quy tắc**

*Cho đơn thức* 3xy2.

?1

*- Hãy viết một đa thức có các hạng tử đều chia hết cho 3xy2;*

*- Chia các hạng tử của đa thức đó cho 3xy2;*

*- Cộng các kết quả vừa tìm được với nhau.*

Chẳng hạn:

( 15x2y5 + 12x3y2 - 10xy3 ) : 3xy2

= ( 15x2y5 : 3xy2 ) + ( 12x3y2 : 3xy2 ) + ( -10xy3 : 3xy2 )

= 5xy3 + 4x2 - y.

Đa thức 5xy3+4x2-y là thương của phép chia đa thức 15x2y5 + 12x3y2 - 10xy3 cho đơn thức 3xy2.

Ta có quy tắc chia đa thức cho dơn thức (trong tường hợp các hạng tử của đa thức A đề chia hết cho đơn thức B) như sau:

**Quy tắc**

***Muốn chia đa thức A cho đơn thức B(trường hợp các hạng tử của đa thức A đều chia hết cho đơn thức B), ta chia mỗi hạng tử của A cho B rồi cộng các kết quả lại với nhau.***

**Ví dụ**. Thực hiện phép tính:

( 30x4y3 - 25x2y3 - 3x4y4 ) : 5x2y3.

*Giải*. ( 30x4y3 - 25x2y3 - 3x4y4) : 5x2y3

= ( 30x4y3 : 5x2y3 ) + ( -25x2y3 : 5x2y3 ) + ( -3x4y4 : 5x2y3 )

= 6x2 – 5 - x2y

* **Chú ý.** Trong thực hành ta có thể tính nhẩm và bỏ bớt một số phép tính trung gian.

**2. Áp dụng**

*a) Khi thực hiện phép chia* ( 4x4 - 8x2y2 + 12x5y ) : ( -4x2 ),*bạn Hoa viết:*

?1

4x2 - 8x2y2 + 12x5y = -4x2( -x2 + 2y2 - 3x3y )

*Nên* (4x2 - 8x2y2 + 12x5y ) : ( -4x2 ) = -x2 + 2y2 - 3x3y.

*Em hãy nhận xét xem bạn Hoa giải đúng hay sai.*

*b) Làm tín chia:*

( 20x4y - 25x2y2 - 3x2y ) : 5x2y.

**§12.Chia đa thức một biến đã sắp xếp**

**1. Phép chia hết**

Để chia đa thức ( 2x4 - 13x3 + 15x2 + 11x – 3 )cho đa thức ( x2 - 4x – 3 )ta làm như sau:

Đặt phép chia

2x4 - 13x3 + 15x2 + 11x - 3

x2 - 4x - 3

Chia hạng tử bậc cao nhất của đa thức bị chia cho hạng tử bậc cao nhất của đa thức chia:

2x4 : x2 = 2x2.

Nhân

2x4 - 13x3 + 15x2 + 11x - 3

x2 - 4x - 3

2x2

2x4 - 8x3 - 6x2

–

- 5x3 + 21x2 + 11x - 3

Hiệu vừa tính được gọi là số dư thứ nhất.

* Chia hạng tử bậc cao nhất của dư thứ nhất cho hạng tử bậc cao nhất của đa thức chia , cụ thể là:

-5x3 : x2 = -5x.

Lấy dư thứ nhất trừ đi tích của -5x cới đa thức chia ta được dư thứ hai:

2x4 - 13x3 + 15x2 + 11x - 3

x2 - 4x - 3

2x2

2x4 - 8x3 - 6x2

–

- 5x3 + 21x2 + 11x - 3

- 5x3 + 20x2 + 15x

–

x2 - 4x - 3

x2 - 4x - 3

–

0

Dư cuối cùng bằng 0,ta được thương là 2x2 - 5x + 1.Khi đó ta có:

( 2x4 - 13x3 + 15x2 + 11x – 3 ) : ( x2 - 4x - 3 ) = 2x2 - 5x + 1.

*Phép chia có dư bằng 0 là phép chia hết.*

?

*Kiểm tra lại tích* ( x2 - 4x -3 )( 2x2 - 5x + 1 )*có bằng* ( 2x4 - 13x3 + 15x2 +11x – 3 )*hay* *không*.

**2. Phép chia có dư**

Thực hiện phép chia đa thức ( 5x3 - 3x2 + 7 )cho đa thức( x2 + 1 )

Làm tương tự như trên ,ta được:

5x3 - 3x2 + 7

x2 + 1

5x - 3

5x3 + 5x

–

- 3x2 - 5x + 7

- 3x2 - 3

–

- 5x + 10

Đến đây ta thấy đa thức dư -5x + 10 có bậc bằng 1 nhỏ hơn bậc của đa thức chia (bằng 2)nên phép chia không thể tiếp tục được.

Phép chia trong trường hợp này được gọi là phép chia có dư,-5x + 10 gọi là dư và ta có:

5x3 - 3x2 + 7( x2 + 1 )( 5x – 3 ) - 5x + 10.

*Chú ý. Người ta chứng minh được rằng đối với hai đa thức này tùy ý A và B của cùng một biến (B0),tồn tại duy nhất một cặp đa thức Q và R sao cho A = B.Q + R ,trong đó R bằng 0 hoặc bậc của R nhỏ hơn bậc của B (R được gọi là dư trong phép chia A cho B).*

*Khi R=0 phép chia A cho B là phép chia hết.*

**Chương II – PHÂN THỨC ĐẠI SỐ**

a,bZ, b0

Q

A(x) , B (x)

B (x) 0



Ở lớp 7 ta đã biết ,từ tập hợp các số nguyên Z ta thiết lập được tập hợp các số hữu tỉ Q. Khi đó, mỗi số nguyên cũng là một số hữu tỉ.Tương tự,bây giờ từ tập hợp các đa thức ta sẽ thiết lập một tập hợp mới gồm những biểu thức gọi là những phân thức đại số.Học chương này , các em sẽ biết thế nào là một phương thức đại số,biết các quy tắc làm tính trện các *phân thức đại số* và sẽ thấy rằng những qui tắc ấy tương tự như các qui tắc làm tính trên các phân số.

**§1. Phân thức đại số**

Phân số được tạo thành từ số nguyên.

Phân thức đại số được tạo thành từ… ?

**1. Định nghĩa**

Quan sát các biểu thức có dạng  sau đây:

a) ; b) ; c) .

Ta nhận thấy trong các biểu thức này A và B là những đa thức .Những biểu thức như thế được gọi là những phân thức đại số.

Ta có định nghĩa :

*Một phân thức đại số(hay nói gọn là phân thức)là một biểu thức có dạng ,trong đó A,B là những đa thức và B là đa thức khác 0.*

*A được gọi là tử thức (hay tử),B được gọi là mẫu thức (hay mẫu).*

Mỗi đa thức cũng được coi là một phân thức với mẫu thức bằng 1.

?1

*Em hãy viết một phân thức đại số.*

?2

*Một số thực a bất kì có phải là một phân thức không?Vì sao?*

Số 0,số 1 cũng là những phân thức đại số.

**2. Hai phân thức bằng nhau**

Hai phân thức  và  gọi là bằng nhau nếu A.D=B.C.Ta viết :

= nếu A.D=B.C

Ví dụ. =vì (x-1)(x+1)=1.(x2-1).

*Có thể kết luận* = *hay không*?

?3

*Xét xem hai phân thức*  và  *có bằng nhau không*.

?4

*Bạn Quang nói rằng:* =3,*còn bạn Vân thì nói :* =

?5

*Theo em ,ai nói đúng?*

**§2. Tính chất cơ bản của phân thức**

Tính chất của phân thức có giốn tính chất của phân số hay không?

?1

**1. Tính chất cơ bản của phân thức**

*Hãy nhắc lại tính chất cơ bản của phân số.*

*Cho phân thức .Hãy nhân tử và mẫu của phân thức này với x+2 rồi so sánh phân thức vừa nhận được với phân thức đã cho.*

?2

*Phân thức .Hãy chia tử và mẫu của phân thức này cho 3xy rồi so sánh với phân thức vừa nhận được với phân thức đã cho.*

?3

Phân thức đại số có tính chất cơ bản sau:

*Nếu nhân cả tử và mẫu của một phân thức với cùng một đa thức khác đa thức 0 thì được một phân thức bằng phân thức đã cho:*

*=(M là một đa thức khác đa thức 0).*

*Nếu chiacả tử và mẫu của một phân thức cho một nhân tử chung của chúng thì được một phân thức bằng phân thức đã cho:*

*=(N là một nhân tử chung).*

Tính chất này được gọi là tính chất cơ bản của phân thức.

?4

*Dùng tính chất cơ bản của phân thức ,hãy giải thích vì sao có thể viết:*

a) =; b) =.

**2.Quy tắc đỏi dấu**

Đẳng thức b) cho ta quy tắc đổi dấu sau đây:

?4

*Nếu đ*ổi dấu cả tử và mẫu của một phân thức thì được một phân thức bằng phân thức đã cho:

=.

?5

*Dùng quy tắc đổi dấu hãy điền một đa thức thích hợp vào chỗ trống trong mỗi đẳng thức sau:*

a) =; b) =.

**§3. Rút gọn phân thức**

Cách rút gọn phân thức có giống cách rút gọn phân số hay không?

*Cho phân thức* .

?1

*a) Tìm nhân tử chunhg của cả tử và mẫu.*

*b) Chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung.*

Ta thấy pahn6 thức vừa tìm được đơn giản hơn phân thức đã cho. Cách biến đổi mà em vừa làm gọi là rút gọn phân thức.

*Cho phân thức* .

?2

*a) Phân tích tử và mẫu thành nhân tử rồi tìm nhân tử chung của chúng.*

*b) Chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung.*

*Nhận xét.Muốn rút gọn một phân thức ta có thể:*

*- Phân tích tử và mẫu thành nahn6 tử (nếu cần) để tìm nahn6 tử chung;*

*- Chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung.*

**Ví dụ 1.**Rút gọn phân thức .

*Giải.*  ===.

*Rút gọn phạn thức* .

?3

***Chú ý****. Có khi cần đổi dấu ở tử hoặc mẫu để nhận ra nhân tử chung của tử và mẫu (lưu ý tới tính chất A=-(-A)).*

**Ví dụ 2.** Rút gọn phạn thức .

*Giải* ==.

*Rút gọn phân thức* .

?4

**§4. Quy đồng mẫu thức nhiều phân thức**

Làm thế nào để quy đồng mẫy thức nhiều phân thức?

Cho hai phan thức  và .Dùn tính chất cơ bản của phân thức ta có thể biến đổi chúng thành hai phân thức có mẫu thức chung như sau :

==;

= =.

Quy đồng mẫu thức nhiều phân thức là biến đổi các phân thức đã cho thành những phân thức mới có cùng mẫu thức và lần lượt bằng các phân thức đã cho.

Ta thường kí hiệu”mẫu thức chung” bởi MTC ,chẳng hạn,trong ví dụ trên

MTC = ( x – y )( x + y ).

Để qui đồng mẫu thức nhiều phân thức,trước hết ta hãy xem có thể tìm mẫu thức chung của những phân thức mới này như thế nào.

**1. Tìm mẫu thức chung**

Qua ví dụ trn6 ta thấy,có thể chọn mẫu thức chung là một tích chia hết cho mẫu thức đã cho.

*Cho hai phân thức  và .Có thể chọn mẫu thức chung là 12x2y3z hoặc 24x3y4z hay không? Nếu được thì mẫu thức chung nào đơn giản hơn?*

?1

Khi qui đồng mẫu thức của hai phân thức  và , ta co1the63 tìm MTC hư sau:

- Phân tích các mẫu thức thành nhân tử:

4x2 - 8x + 4 = 4( x2 - 2x + 1 ) = 4( x – 1 )2;

6x2 - 6x = 6x( x – 1 ).

- Chọng mẫu thức chun gla2 : 12x(x-1)2.

Có thể mô tả cách tìm mẫu thức chung của hai phân thức trên bởi bảng sau:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Nhân tử bằng số | Luỹ thừa của x | Luỹ thừa của (x-1) |
| Mẫu thức  4x2 - 8x + 4 = 4( x – 1 )2 | 4 |  | ( x – 1 )2 |
| Mẫu thức  6x2 - 6x = 6x( x – 1 ) | 6 | x | x – 1 |
| MTC  12x( x – 1 )2 | 12  BCNN(4,6) | x | ( x -1 )2 |

Qua ví dụ trên ta thấy:

Khi quy đồng mẫu thức nhiều phân thức ,muốn tìm mẫu thức chung ta có thể làm như sau:

1) Phân tích mẫu thức của các phân thức đã cho thành nhân tử;

2) Mẫu thức chung cần tìm là một tích mà các nhân tử được chọn như sau:

- Nhân tử bằng số của mẫu thức chung là tích các nahn6 tử bằng số ở các mẫu thức của các phân thức đã cho.(Nếu các nhân tử bằng số ở các mẫu thức là những số nguyên dương thì nhân tử bằng số của mẫu thức chung là BCNN của chúng);)

- Với mỗi luỹ thừa của cùng một biểu thức có mặt trong các mẫu thức ta chọn luỹ thừa với số mũ cao nhất.

**2. Quy đồng mẫu thức**

**Ví dụ**. Qui đồng mẫu thức hai phân thức  và 

*Giải* . Ở mục 1 ,ta đã tìm được : MTC =12x( x - 1 )2

Vì 12x( x – 1 )2 = 3x.4( x – 1 )2 = 3x( 4x2 - 8x + 4 ) nên ta phải nhân cả tử và mẫu của phân thức thứ nhấ với 3x:

===.

Vì 12x( x – 1 )2 = 6x( x – 1 ).2( x – 1 )= ( 6x2 - 6x ).2( x – 1 ) nên ta phải nhân cả tử và mẫu của phân thức thứ nhấ với 2( x – 1 ):

===.

Ta nói 3x là nhân tử phụ của mẫu thức 4x2 - 8x + 4 và 2( x – 1 ) là nhân tử phụ của mẫu thức 6x2 - 6x.

Qua ví dụ trên ta có nhận xét :

*Muốn qui đồng mẫu thức nhiều phân thức ta có thể làm như sau:*

*- Phân tích các mẫu thức thành nahn6 tu73roi62 tìm mẫu thức chung;*

*- Tìm nhân tử phụ củ mỗi mẫu thức;*

*- Nhân cả tử và mẫu của mỗi đơn thức với nhân tử phụ tương ứng.*

**§5. Phép cộng các phân thức đại số**

**1. Cộng phân thức cùng mẫu thức**

Quy tắc cộng hai phân thức cũng tương tự quy tắc cộng hai pahn6 số.

Quy tắc

***Muốn cộng hai phân thức có cùng mẫu thức, ta cộng các tử thức với nhau và giữ nguyên mẫu thức.***

**Ví dụ 1**. Cộng hai phân thức :  + .

*Giải* .  + = = =.

Thực hiện phép cộng:  + .

?1

**2. Cộng hai phân thức có mẫu thức khác nhau**

Ta đã biết quy đồng mẫu thức hai phân thức và quy tắc cộng hai pahn6 thức cùng mẫu thức. Có thể áp dụng những điều đó để cộng hai phân thức có mẫu thức khác nahu.

*Thực hiện phép cộng:  + .*

?2

Ta có quy tắc cộng hai phân thức có mẫu thức khác nahu như sau:

**Quy tắc**

***Muốn cộng hai phân thức có mẫu thức khác nhau ,ta quy đồng mẫu thức rồi cộng các phân thức có cùng mẫu thức vừa tìm được.***

Kết quả của phép cộng hai phân thức được gọi là tổng của hai phân thức ấy/Tathu7o7ng2 viết tổng này dưới dạng rút gọn.

Có thể trình bày một phép cộng phân thức như ví dụ sau.

**Ví dụ 2**. Làm tính cộng :  + .

Giải 2x-2=2(x-1); x2-1=(x-1)(x+1).

MTC =2(x-1)(x+1).

 + = + 

=+=

=== =.

*Thực hiện phép cộng* : +.

* **Chú ý**. Phép cộng các phân thức cũng có các tính chất sau:

*1) Giao hoán: +=+;*

*2) Kết hợp: (+)+=+(+).*

Nhờ tính chất kết hợp, trong một dãy phép cộng nhiều pahn6 thức, ta không cần đặt dấu ngoặc.

*Áp dụng các tính chất trên đây của phép cộng các pahn6 thức để làm phép tính sau:*

?4

 +  + .

**§6. Phép trừ các phân thức đại số**

Trừ … mà hóa ra cộng … Thế mới hay !

**1. Phân thức đối**

*Làm tính cộng: +.*

?1

*Hai phân thức này được gọi là đối nhau nếu tổng của chugn1 bằng 0.*

**Ví dụ.**  là phân thức đối của , ngược lại  là phân thức đối của .

Tổng quát,với phân thức  ta có + = 0.Do đó  là phân thức đối của và ngược lại  là phân thức đối của .

Phân thức đối của phân thức  được kí hiệu bởi -.

Như vậy:

***-*** = và - =

Tìm phân thức đối của 

?2

**2. Phép trừ**

**Quy tắc**

*Muốn trừ phân thức cho phân thức,ta cộng  với phân thức đối của :  - =+ (- )*

Kết quả của phép trừ  cho  được gọi là hiệu của  và .

**Ví dụ.**Trừ hai phân thức:  -  = +

=+

==.

*Làm tính trừ phân thức:  - .*

?3

*Thực hiện phép tính :  -  - .*

?4

*(****Chú ý.****Thứ tự thực hiện các phép tính về pahn6 thức cũng giống như thứ tự thực hiện các phép tính về số).*

**§7. Phép nhân các phân thức đại số**

Cũng giống như quy tắc nhân các phân số

*Ta đã biết quy tắc nhân hai phân số : . = .*

*Cho hai phân thức:  và .Cũng làm như nhân hai phân số, hãy nhân tử với* tử và mẫu với mẫu của haiphan6 thức.Như vậy, cách nhân hai phân thức cũng giống cách nhân hai phân số . Ta có quy tắc nhân hai phân thức như sau:

?11

**Quy tắc**

***Muốn nhân hai phân thức, ta nhân các tử thức với nhau, các mẫu thức với nhau:***  . =. .

Kết quả của phép nhân hai phân thức được gọi là tích. Ta thường viết tích này dưới dạng rút gọn.

**Ví dụ**. Thực hiện phép nhân phân thức: .(3x+6).

Giải. .(3x+6) = +=

===.

*Làm tính nhân phân thức: .( -  ).*

?21

*Thực hiện phép tính:  . .*

?31

* ***Chú ý****. Phép nhân các phân thức có các tính chất:*

*a) Giao hoán: .=.;*

*b) Kết hợp: (.).=.(.);*

*c) Phân phối đối với phép cộng: (+) =.+..*

*Nhờ tính chất kết hợp, trong một dãy phép nahn6 nhiều phân thức ta không cần đặt dấu* ngoặc.

*Tính nhanh*: ...

?4

**§8. Phép chia các phân thức đại số**

Thật là kì !Chia… mà hóa ra nhân

**1. Phân thức nghịch đảo**

*Làm tính nhân phân thức: ..*

?1

*hai phân thức được gọi là nghịch đảo của nhau nếu chugn1 bằng 1.*

**ví dụ.**  và  là hai phân thức nghịch đảo của nhau.

*Tổng quát, nếu là một phân thức khac 10 thì .=1.Do đó:*

* là phân thức nghịch đảo của phân thức ;*

* là pahn6 thức nghịch đảo của phân thức .*

?2

*Tìm phân thức nghịch đảo của mỗi phân thức sau:*

a) - ; b)  c)  d) 3x + 2.

**2. Phép chia**

Ta cũng có qui tắc chia phân thức tương tự như quy tắc chia phân số.

**Quy tắc**

***Muốn chia hai phân thức***  cho phân thức khác 0***, ta nhân*** phân thức nghịch đảo của ***:***  : =. , với 0.

*Làm tính chia phân thức:* :.

*Thực hiện phép tính sau: ::.*

**§9. Biến đổi các biểu thức hữu tỉ.**

**Giá trị của phân thức.**

Khi nào giá trị của phân thức được xác định ?

**1. Biểu thức hữu tỉ**

Đến bây giờ ta đã biết rằng trong tập hợp các phân thức đại số có các phép toán : cộng,trừ,nhân,chia.Quan sát các biểu thức sau:

(),-, , 2x2 - x + , ( 6x + 1 )( x – 2 ),

, 4x +, .

Mỗi biểu hức trên đây là một phân thu7c1hoac85 biểu thi5mot65 dãy các phép toán: cộng trừ,nhân,chia trên những phân thức.Ta gọi những biểu thức như thế là những *biểu thức hữu tỉ.*

Biểu thức biểu thị phép chia tổng +2 cho .

**2. Biến đổi một biểu thức hữu tỉ thành một phân thức**

Nhờ quy tắc của các phép toán cộng,trừ ,nhân ,chia các phân thức ta có thể biến đổi một biểu thức hữu tỉ thành một phân thức.

**Ví dụ 1**.Biến đổi biểu thức A= thành một phân thức.

Giải . A=( 1+) : (x - ) =  : 

=.==.

*Biến đổi biểu thức*

*B= thành một phân thức.*

**3. Gía trị của phân thức**

Khi làm tính trên các phân thức ta chỉ việc thực hiện theo các quy tắc của các phép toán, không cần quan tâm đến giá trị của biến. Nhưng khi làm những bài toán liên quan tới giá trị của phân thức thì *trước hết phải tìm điều kiện của biến để giá trị tương ứng của mẫu thức khác 0.*Đó chính là *điều kiện để giá trị của phân thức được xác định*.Nếu tại giá trị của biến mà giá trị của một phân thức được xác định thì phân thức ấy và phân thức rút gọn của nó có cùng một giá trị.

**Ví dụ 2**.Cho phân thức .

a) Tìm điều kiện của x để giá trị của phân thức  được xác định;

b) Tính giá trị của phân thức tại x= 2004.

*Giải*

a) Gía trị của phân thức này được xác định với điều kiện x( x – 3 )  0.Nhưng một tích (của nhiều số)khác 0 khi mọi thừa số đều khác 0.Do đó x0 và x-30.Vậy điều kiện để giá trị của phân thức được xác định là: x0 và x3.

b) Vì = =  và x = 2004 thỏa mãn điều kiện của biến nên có thể tính giá trị của phân thức đã cho bằng cách tính giá trị của phân thức rút gọn .Vậy giá trị của phân thức đã cho bằng = .

*Cho phân thức .*

*a) Tìm điều kiện của x để giá trị của phân thức được xác định.*

*b) Tính giá trị của phân thức tại x = 1 000 000 và tại x= -1.*